به نام خدا

آزمایش اول: تیر معین

مدرس: دکتر احسان فتحی

مدیر و موسس آموزشگاه آزاد فنی و حرفه‌ای فتحی

Telegram & Instagram: *@FathiTrainingGroup*

Website: *FathiTrainingGroup.com*

Email: *ehsanfathi_eh@yahoo.com*

Tel: *09386249330, 05191012910*

فهرست مطالب

- اهداف آزمایش
- تئوری آزمایش
- وسایل انجام آزمایش
- دستگاه آزمایش
- روش انجام آزمایش
- محاسبه مقادیر تئوری
- محاسبه درصد خطای آزمایشگاهی
- جدول داده‌های آزمایش و مقادیر تئوری
- خواسته‌های آزمایش
- روش نوشتن گزارش کار

اهداف آزمایش

- محاسبه خیز تیر در دو حالت یک سرگیردار و تکیه گاه ساده
- محاسبه ضریب الاستیسیته (مدول یانگ)
- تحقیق قانون بتی – ماکسول

تئوری آزمایش

معادله دیفرانسیل برای تیر تحت بارگذاری عبارتست از:

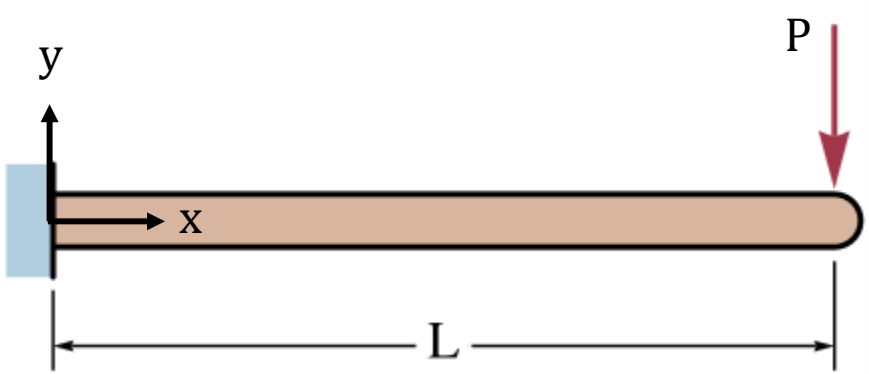
$$y'' = M/EI$$

در این رابطه M گشتاور داخلی در مقطعی به فاصله x از یک انتهای تیر، E مدول الاستیسیته تیر، I ممان دوم سطح و y تغییرمکان قائم تیر در موقعیت x از یک انتهای تیر است. با توجه به این معادله دیفرانسیل در صورتیکه توزیع گشتاور در طول تیر معلوم باشد، می‌توان با دوبار انتگرال‌گیری از معادله گشتاور داخلی، معادله منحنی ارتجاعی تیر (y بر حسب x) را بدست آورد.

تئوری آزمایش

بر این اساس معادله خیز تیر یک سر گیردار، تحت بار P در انتهای آزادش، به صورت زیر است. در این رابطه y تغییرمکان در نقطه‌ای به طول x از انتهای ثابت شده تیری به طول L و با سختی خمشی EI است که در انتها تحت بار P قرار دارد.

$$y = \frac{P}{6EI}(x^3 - 3Lx^2)$$

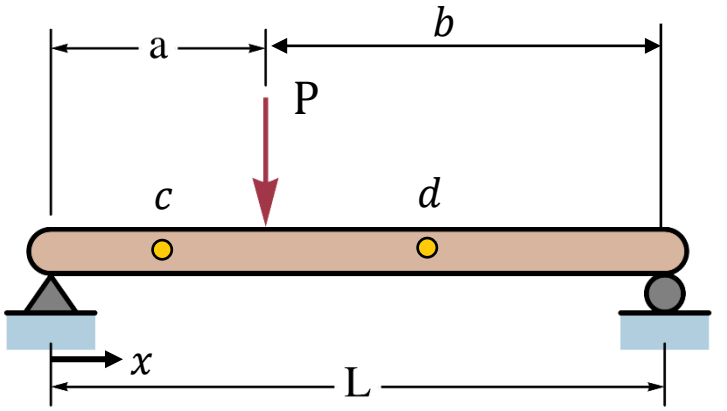


شکل ۱: تیر یک سر گیردار

تئوری آزمایش

منحنی ارتجاعی تیر دو سر مفصل با سختی خمشی EI که تحت تأثیر یک بار متمرکز P در فاصله a از یک انتهای تیر و فاصله b از انتهای دیگر تیر قرار دارد، عبارتست از:

$$y = \frac{Pb}{6EIL}(x^3 - \frac{L}{b} < x - a >^3 - (L^2 - b^2)x)$$



شکل ۲: تیر دو سر مفصل

تئوری آزمایش

با توجه به قضیه پرانتزهای شکسته عبارت $< x - a >$ در ناحیه‌ای بین محل بار و انتهای تیر $(x > a)$، معادل عبارت $(x - a)$است و در ناحیه دیگر تیر برابر صفر است. جابجایی قائم نقطه‌ای به فاصله c از انتهای تیر برابر است با:

$$y_c = \frac{Pbc}{6EI}(b^2 + c^2 - L^2)$$

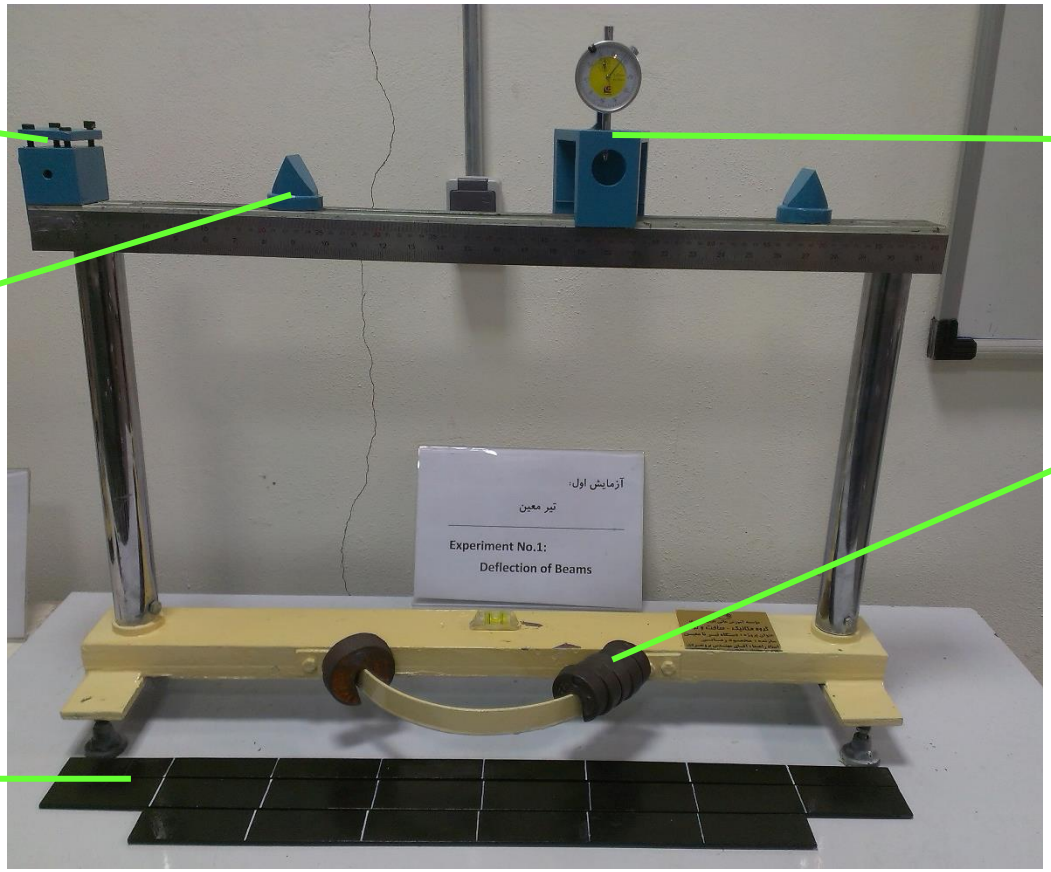
- **قضیه ماکسول:**

بر اساس قضیه ماکسول در یک جسم ارتجاعی، جابجایی نقطه A در اثر نیروی موثر بر نقطه B، برابر جابجایی نقطه B در اثر نیروی موثر بر نقطه A می‌باشد.

وسایل انجام آزمایش

- پایه
- تکیه‌گاه مفصلی و گیردار
- تعدادی تیر فلزی با ضخامت و جنس متفاوت
- ساعت اندازه‌گیری جهت اندازه‌گیری تغییرمکان
- وزنه ۲۰۰ گرمی و ۵۰۰ گرمی
- وزنه آویز
- کولیس
- متر
- آچار جهت سفت کردن اتصالات

وسایل انجام آزمایش



تکیه‌گاه گیردار

تکیه‌گاه مفصلی

تیر فلزی

ساعت اندازه گیری

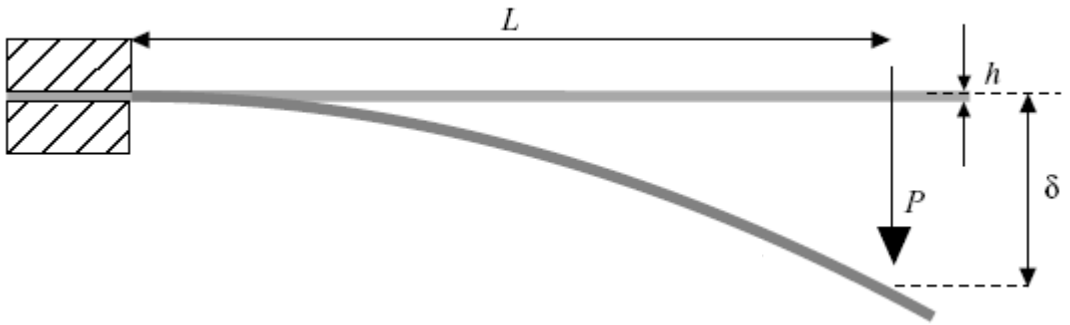
وزنه ۲۰۰ و ۵۰۰ گرمی

شکل ۳: معرفی وسایل آزمایش

روش انجام آزمایش

۱- مرحله اول:

تیری با بیشترین سختی خمشی (EI) را به صورت یکسر درگیر به طول ۵۰ سانتی‌متر مطابق شکل ۴ نصب کرده و با نصب وزنه آویزی در انتهای آن وزنه‌های ۲۰۰ گرمی را حداکثر تا ۱ کیلوگرم افزایش می‌دهیم. سپس خیز ماکزیمم تیر را که در انتهای آن اتفاق می‌افتد، به کمک ساعت اندازه می‌گیریم و در جداول پیوست مربوطه، یادداشت می‌کنیم.

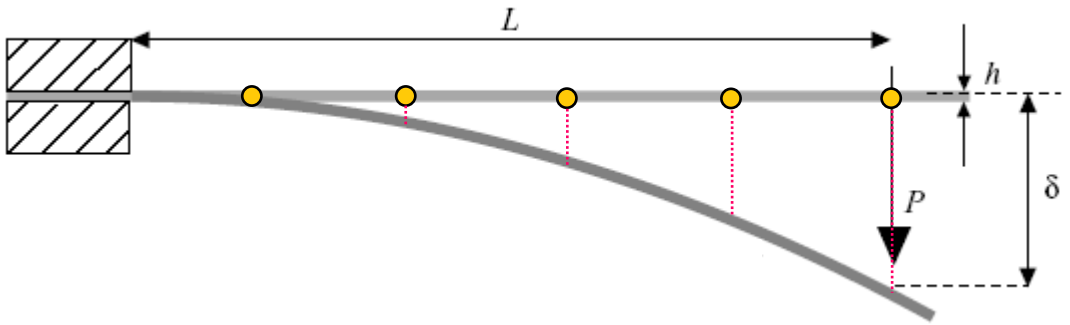


شکل ۴: آزمایش مرحله اول

روش انجام آزمایش

۲- مرحله دوم:

تیر فولادی را به طور یکسر گیردار به طول ۵۰ سانتی‌متر نصب می‌کنیم. ساعت اندازه‌گیری را در فاصله ۱۰ سانتی‌متری از تکیه‌گاه قرار داده و صفحه آن را در حالیکه وزنه آویز بدون وزنه از تیر آویزان است، صفر می‌نماییم. حال وزنه ۵۰۰ گرمی را در سر آزاد تیر قرار می‌دهیم و خیز تیر را از روی ساعت می‌خوانیم و در جدول مربوطه یادداشت می‌کنیم. این عمل را برای فواصل ۲۰، ۳۰، ۴۰ و ۵۰ سانتی‌متری از تکیه‌گاه تکرار کرده و جدول مربوطه را تکمیل می‌کنیم.

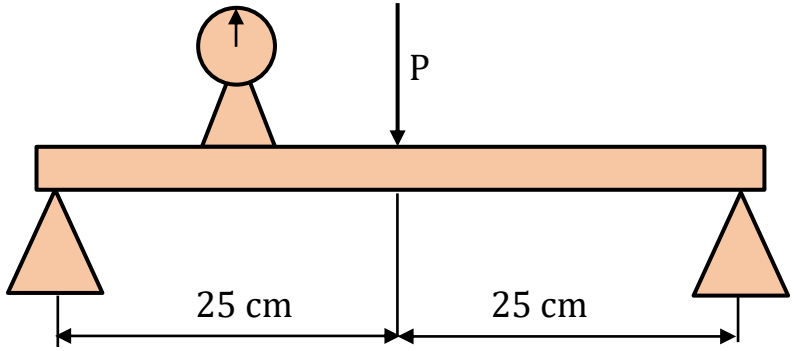


شکل ۵: تحقیق منحنی ارتجاعی تیر یکسرگیردار

روش انجام آزمایش

۳- مرحله سوم:

تیری فولادی با کمترین سختی خمشی را به طول ۵۰ سانتی‌متر در شرایط تکیه‌گاهی دو سر مفصل نصب کرده، وزنه آویز را در وسط تیر قرار می‌دهیم و یک ساعت اندازه‌گیری را در فاصله یک چهارم از طول دهانه تیر مطابق شکل ۶ نصب می‌کنیم. ضمن افزودن وزنه‌ها روی وزنه آویز خیز وسط تیر را اندازه می‌گیریم، و نتایج را در جداول پیوست وارد می‌کنیم.

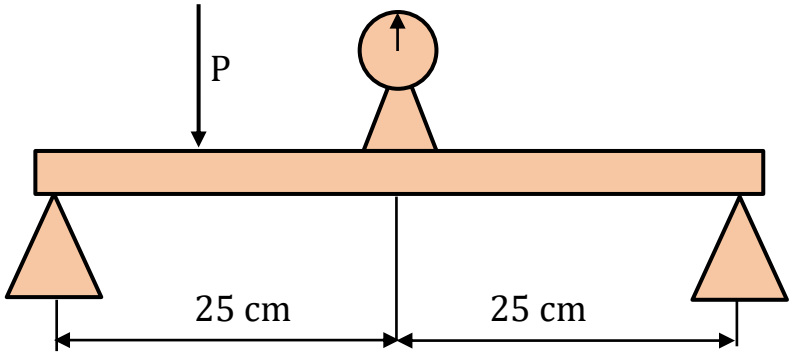


شکل ۶: خیز در یک چهارم و بار در وسط تیر

روش انجام آزمایش

۴- مرحله چهارم:

اکنون وزنه آویز را مطابق شکل ۷ در یک چهارم طول تیر و ساعت اندازه‌گیری را در وسط تیر نصب کنید. ضمن افزودن وزنه جدول پیوست را کامل کنید. ابعاد و جنس مقاطع تیرهایی را که در هر مرحله به کار برده‌اید، یادداشت کنید.



شکل ۷: خیز در وسط و بار در یک چهارم

محاسبه مقادیر تئوری

طبق آن چه در تئوری آزمایش بدست آورده شد، فرمول‌های لازم برای محاسبه مقادیر تئوری هر مرحله عبارتند از:

۱- مرحله اول:

$$y = -\frac{PL^3}{3EI}$$

۲- مرحله دوم:

$$y = \frac{P}{6EI}(x^3 - 3Lx^2)$$

۳- مرحله سوم:

$$y = \frac{Pb}{6EIL}(x^3 - (L^2 - b^2)x)$$

۴- مرحله چهارم:

$$y = \frac{Pb}{6EIL}\left(x^3 - \frac{L}{b}(x-a)^3 - (L^2 - b^2)x\right)$$

- **توجه:** علامت‌های منفی خیز تیر به این دلیل است که جهت مثبت محور y رو به بالا می‌باشد.

محاسبه درصد خطای آزمایشگاهی

نحوه محاسبه درصد خطای آزمایشگاهی در زیر ارائه شده است:

$$\text{درصد خطای آزمایشگاهی} = \frac{\text{خیز تجربی} - \text{خیز تئوری}}{\text{خیز تئوری}} \times 100$$

جدول داده‌های آزمایش و نتایج تئوری

مرحله اول: محاسبه خیز انتهای تیر برحسب بار

$$y = \frac{PL^3}{3EI} \quad , \qquad I = \frac{Bh^3}{12}$$

$$B = 40\,mm, \qquad h = 5\,mm, \qquad E = 190000\,MPa, \qquad L = 500\,mm$$

بار (gr)	خیز تئوری (mm)	خیز تجربی (mm)	درصد خطا $(\%)$	مدول یانگ تجربی E (GPa)
۲۰۰	1.03	1.01	0.97	
۴۰۰	2.06	2.02	1.94	
۶۰۰	3.09	3.03	1.94	
۸۰۰	4.12	4.03	2.18	
۱۰۰۰	5.15	5.04	2.13	

جدول داده‌های آزمایش و نتایج تئوری

مرحله دوم: محاسبه خیز تیر بر حسب موقعیت x

$$y = \frac{P}{6EI}(x^3 - 3Lx^2) \quad , \qquad I = \frac{Bh^3}{12}$$

$$B = 40\ mm\ , \qquad h = 5\ mm, \qquad E = 190000\ MPa, \qquad F = 500\ gr$$

موقعیت x (mm)	خیز تئوری y (mm)	خیز تجربی y (mm)	درصد خطا $(\%)$	مدول یانگ تجربی E (GPa)
۱۰۰	0.14	0.14	0	
۲۰۰	0.53	0.52	1.88	
۳۰۰	1.11	1.09	1.80	
۴۰۰	1.81	1.78	1.65	
۵۰۰	2.58	2.55	1.16	

جدول داده‌های آزمایش و نتایج تئوری

مرحله سوم: خیز در یک چهارم

$$y = \frac{Pb}{6EIL}(x^3 - (L^2 - b^2)x) \ , \qquad I = \frac{Bh^3}{12}$$

$$B = 40\ mm, \qquad h = 5\ mm, \qquad E = 190000\ MPa,$$

$$x = 125\ mm, \qquad L = 500\ mm, \qquad a = b = 250\ mm$$

خیز تجربی y (mm)	خیز تئوری y (mm)	بار (N)	بار (gr)
0.044	0.044	1.962	۲۰۰
0.088	0.088	3.924	۴۰۰
0.133	0.133	5.886	۶۰۰
0.177	0.177	7.848	۸۰۰
0.221	0.221	9.810	۱۰۰۰

جدول داده‌های آزمایش و نتایج تئوری

مرحله چهارم: خیز در وسط

$$y = \frac{Pb}{6EIL}\left(x^3 - \frac{L}{b}(x-a)^3 - (L^2 - b^2)x\right), \qquad I = \frac{Bh^3}{12}$$

$B = 40\ mm, \quad h = 5\ mm, \quad E = 190000\ MPa,$

$x = 250\ mm, \quad L = 500\ mm, \quad a = 125\ mm, \quad b = 375\ mm$

خیز تجربی y (mm)	خیز تئوری y (mm)	بار (N)	بار (gr)
0.045	0.044	1.962	۲۰۰
0.090	0.088	3.924	۴۰۰
0.135	0.133	5.886	۶۰۰
0.180	0.177	7.848	۸۰۰
0.225	0.221	9.810	۱۰۰۰

خواسته های آزمایش

- **پس از انجام آزمایش فوق مطلوب است:**

۱- ترسیم منحنی‌های تجربی و تئوری خیز انتهای تیر یکسردرگیر در مقابل بار انتهایی برای آزمایش مرحله اول در نرم افزار اکسل

۲- ترسیم منحنی های تجربی و تئوری خیز در طول تیر یکسردرگیر بر حسب موقعیت برای آزمایش مرحله دوم در نرم افزار اکسل

۳- ترسیم منحنی درصد خطای آزمایشگاهی برای آزمایش های مرحله اول و دوم

۴- بررسی عوامل خطا و روش جلوگیری از ایجاد خطا

۵- نتیجه گیری و ارائه پیشنهادات

روش گزارش کار نویسی

- **گزارش کار باید شامل بخش های زیر باشد:**

۱- صفحه اول: عنوان آزمایش، شماره آزمایش، تاریخ انجام آزمایش

۲- صفحه دوم: فهرست مطالب

۳- سایر صفحات: اهداف آزمایش، تئوری آزمایش، وسایل انجام آزمایش، روش انجام آزمایش، ثبت نتایج، ترسیم منحنی‌های خواسته شده، محاسبه درصد خطا، بررسی عوامل خطا، نتیجه‌گیری و ارائه پیشنهادات

گروه آموزشی فتحی

امام علی علیه السلام:

هرگاه خدا بخواهد بنده‌ای را خوار کند، دانش را از او دور سازد.